

## Ecuțiile lui Maxwell

J.C. Maxwell a fost un fizician scoțian care a elaborat teoria câmpului electromagnetic. Ecuțiile lui Maxwell reprezintă formularea matematică a acestei teorii. Câmpul electromagnetic reprezintă o asociere dintre un câmp electric și unul magnetic care se generează reciproc și se propagă împreună.

Ecuțiile lui Maxwell reprezintă un număr de patru ecuații, numite după numele celor care le-au descoperit, pe care Maxwell și-a fundamentat teoria câmpului electromagnetic.

### 1. Legea lui Gauss pentru sarcinile electrice

Presupunem că avem niște sarcini electrice  $Q$  și o suprafață închisă care include aceste sarcini. Fluxul intensității câmpului electric generat de aceste sarcini printr-o suprafață închisă este egal cu raportul dintre sarcinile electrice din interiorul suprafeței și permitivitatea absolută a vidului.

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{forma integrală})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{forma diferențială})$$

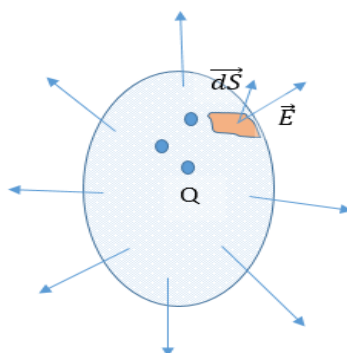


Fig. 1

Legea lui Gauss arată că sursele câmpului electric sunt sarcinile electrice.

### 2. Legea lui Gauss pentru câmpul magnetic

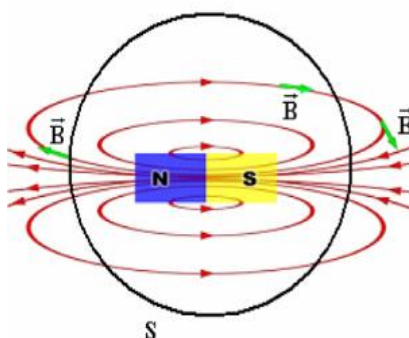


Fig. 2

Numărul liniilor de câmp magnetic care intră printr-o suprafață închisă este egal cu numărul liniilor de câmp care ies, adică fluxul câmpului magnetic printr-o suprafață închisă este zero.

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{forma integrală})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{forma diferențială})$$

Aceasta implică următorul fapt, câmpul magnetic nu are surse.

### 3. Legea inducției electromagnetice a lui Faraday

În orice circuit electric străbătut de un flux magnetic variabil se induce o tensiune electromotoare. Mai general orice câmp magnetic variabil într-un punct din spațiu generează un câmp electric rotațional ceea ce matematic poate fi exprimat în felul următor,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

### 4. Legea lui Ampere.

Considerăm curenți electrici de intensitate  $I$  care generează un câmp magnetic  $\mathbf{B}$ . Integrala de-a lungul unei curbe închise a produsului  $Bdl$  (circulația vectorului  $B$  pe curba închisă ce înconjoară conductorii) este egală cu suma intensităților curenților care sunt în interiorul curbei înmulțită cu permeabilitatea magnetică absolută a vidului.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

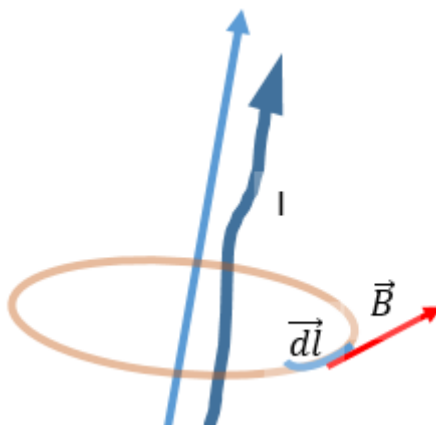


Fig. 3

La acestea Maxwell a adăugat curenții de deplasare forma finală fiind următoarea:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \epsilon_0 \mu_0 \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Rezolvarea ecuațiilor lui Maxwell conduce la ecuația undelor electromagnetice și la calculul vitezei de propagare a undelor electromagnetice în vid ca fiind,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Unde  $\epsilon_0$  reprezintă permitivitatea absolută a vidului iar  $\mu_0$  este permeabilitatea absolută a vidului. Soluții ale ecuației undelor sunt undele electromagnetice plane monocromatice sinusoidale:

$$E(x, t) = E_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ intensitatea câmpului electric}$$

$$B(x, t) = B_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ inducția câmpului magnetic}$$

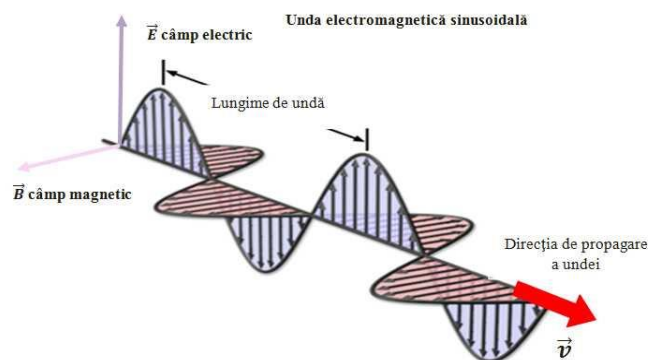


Fig. 4

Sumarizăm cele mai importante proprietăți ale undelor electromagnetice :

- 1) Undele electromagnetice nu au nevoie de un mediu suport de propagare .
- 2) Undele electromagnetice sunt transversale ( $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$ ).
- 3) Vectorii  $\vec{E}$  și  $\vec{B}$  sunt în fază ( iau simultan valoarea 0 și simultan valorile maxime ).
- 4) Viteza de propagare a unei unde electromagnetice într-un mediu oarecare este, așa cum rezultă din ecuațiile lui Maxwell, dată de relația :

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad (6)$$

$$\text{în vid } \mathbf{v} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,997092 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (7)$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  permitivitatea absolută a vidului ,  $\epsilon_r$  permitivitatea relativă a mediului  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$  permeabilitatea absolută a mediului ,  $\mu_r$  permeabilitatea relativă a mediului

- 5) Între amplitudinile câmpului electric și magnetic și viteza de propagare a undei electromagnetice există relația :

$$\frac{E_0}{B_0} = c = \frac{\lambda}{T} \quad (8)$$

Raportul  $\frac{2\pi}{T} = \omega$  (9) definește pulsația undei ,  $\langle \omega \rangle_{SI} = \frac{rad}{s}$  , dar  $\frac{1}{T} = \nu$  (10) deci  $\omega = 2\pi\nu$  (11) ,  $\nu$  frecvența undei .

Clasificarea undelor electromagnetice în funcție de lungimea de undă este făcută în tabelul de mai jos:

<b>Unde electromagnetice</b>
Radio
Microunde
Radiația infraroșie
Radiația vizibilă
Ultraviolet
Radiații X
Radiații gama