Lucrul mecanic. Puterea mecanică.

In acestă prezentare sunt discutate următoarele subiecte:

- ✓ *Definitia lucrului mecanic al unei forţe constante*
- ✓ *Definiţia lucrului mecanic al unei forţe variabile*
- ✓ *Intepretarea geometrică a lucrului mecanic*
- ✓ *Lucrul mecanic al unor forţe particulare numite conservative, greutatea şi forţa elastică.*
- ✓ *Definirea puterii mecanice*

1. Lucrul mecanic al unei forţe constante

În practică de foarte multe ori intereseazã dacă actiunea unei forţe pe o anumită direcţie produce sau nu deplasarea unui corp. De exemplu în Fig. 1 atunci când actionăm cu o forţă constantă $\vec{F}$ sub o direcţie care face un unghi α cu direcţia orizontală această forţă este cea care produce deplasarea corpului, mai exact componenta F_x a acestei forţe pe direcţia orizontală, care este şi direcţia deplasarii corpului (Fig.2).

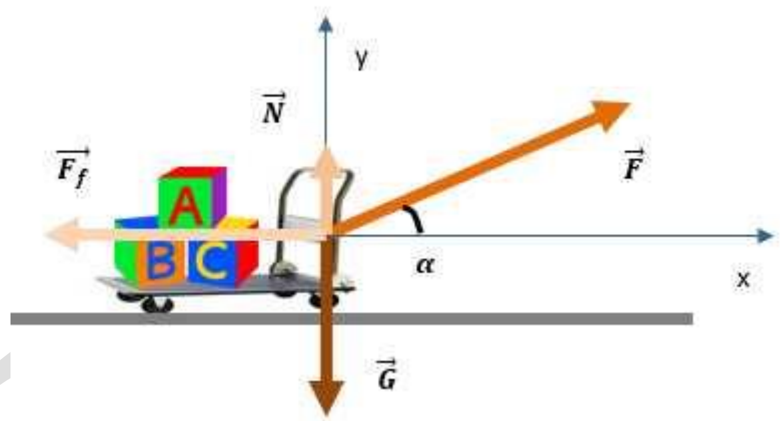

Figura 1

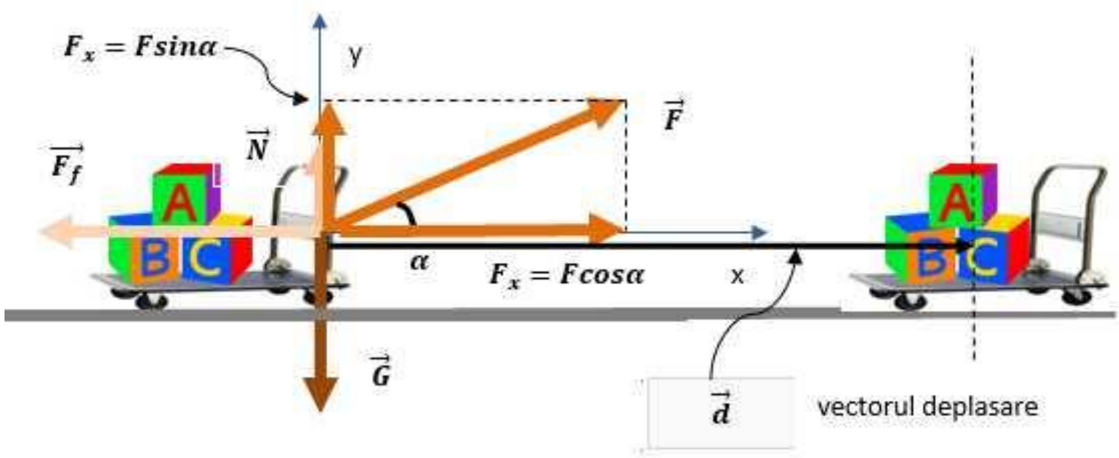

Figura 2

Definiţie

Lucrul mecanic al unei forţe constante $\vec{F}$ este mărimea fizică scalară definită ca produsul scalar dintre vectorul forţă şi vectorul deplasare.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fdcos\alpha$$

$$[L]_{SI} = Nm = J \ (Joule)$$

După cum se vede în figura 2 dacă se calculează lucrul mecanic al diferitelor forţe care acţionează asupra căruciorului care se deplasează spre dreapta se obţin valori diferite.

a) $L_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fdcos\alpha > 0$, lucru mecanic motor
b) $L_G = \vec{G} \cdot \vec{d} = Gdcos90 = 0$, greutatea nu efectuează lucru mecanic, nu influenţează în nici un fel deplasarea corpului în acest caz. La fel $L_N = \vec{N} \cdot \vec{d} = Ndcos90 = 0$.
c) $L_{Ff} = \overrightarrow{Ff} \cdot \vec{d} = F_f dcos180 = -F_f d < 0$, lucru mecanic rezistiv, se opune deplasării.

Prin urmare diferitele forţe pot determina lucru mecanic pozitiv (forţe motoare), negativ (forţe rezistive) sau 0 (nu au nici o influenţă).

Lucrul mecanic total este suma algebrică a lucrurilor mecanice individuale efectuate de fiecare forţă în parte. Pentru acest exemplu:

$$L_{total} = L_F + L_G + L_N + L_{Ff} = \ Fdcos\alpha - F_f d$$

Dacă forţă $\vec{F}$ este orizontală, are aceeaşi direcţie cu a vectorului deplasare, atunci lucrul mecanic efectuat de aceasta are expresia simplificată:

$$L_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fdcos0 = Fd$$

2. Lucrul mecanic al unei forţe variabile.

Cazul general este însă acela în care forţă F este variabilă, adică se modifică pe măsură ce corpul se deplasează. Să presupunem că avem situaţia din figura 3 în care considerăm forţa care acţionează asupra unui corp ca fiind orizontală dar variabilă.

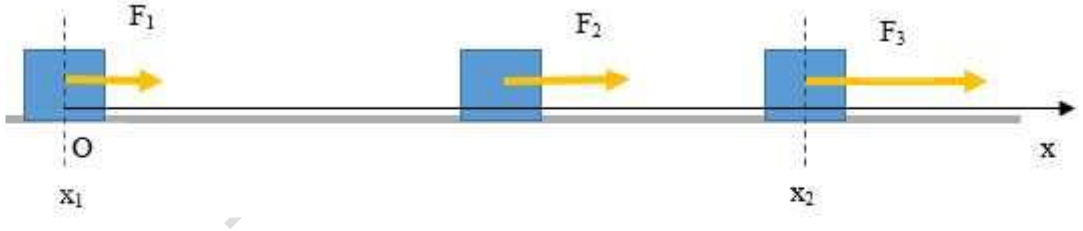

Figura 3

În acest caz pentru a calcula lucrul mecanic trebuie să calculăm de fapt următoarea integrală:

$$L_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

Adică trebuie să stim cum variază F în funcţie de distantă parcursă. Dacă de exemplu legea după care variază F este:

$$F(x) = 5x^2 \text{ şi } x_1 = 0m \text{ , } x_2 = 10m \text{ , atunci:}$$

$$L_{12} = \int_0^{10} 5x^2 dx = 5 \cdot \frac{x^3}{3}\Big|_0^{10} = \frac{5000}{3} J$$

Un exemplu de forţă variabilă este forţă elastică $F = -kx$

Lucrul mecanic al forţei elastice în cazul în care un resort de deformează între **x = 0m** si un **x** oarecare este:

$$L_{Fe} = \int_0^{x} (-kx) dx = -k\frac{x^2}{2}\Big|_0^{x} = -\frac{kx^2}{2}$$

3. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.

Să considerăm mai întâi cazul unei forţe constante F_1 care acţionează asupra unui corp şi care are aceeaşi direcţie cu direcţia deplasării. Reprezentăm grafic această forţă în funcţie de deplasarea *x (Fig.4)*.

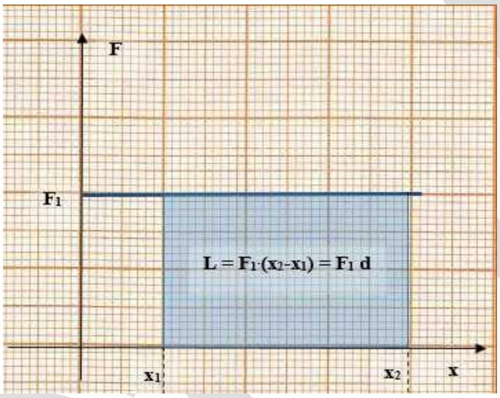

Figura 4

Dacă se calculează lucrul mecanic efectuat de această forţă obţinem:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F_1\, dx = F_1(x_2 - x_1)$$

ceea ce geometric reprezintă aria cuprinsă între graficul forţei şi axa deplasării. Similar (ţinând cont şi de interpretarea geometrică a integralei) dacă forţă este variabilă atunci a calcula integrala între două valori *x* este aceeaşi lucru cu a calcula aria delimitată de graficul *F(x)* şi acele valori. (Fig.5).

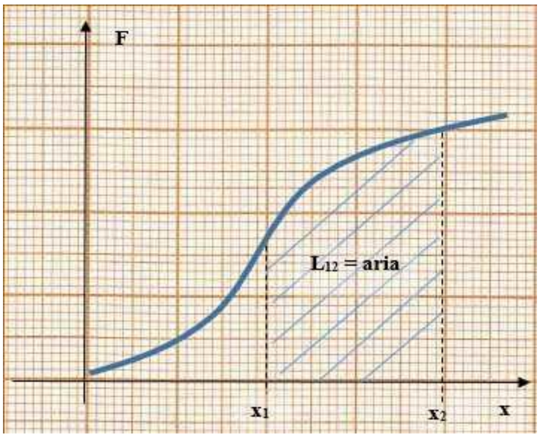

Figura 5

<u>*Exemplu*</u>: lucrul mecanic al forţei elastice, $F_e = -kx$, $L = \frac{(x_1)(-kx_1)}{2} = -\frac{kx_1^2}{2}$ (Fig.6)

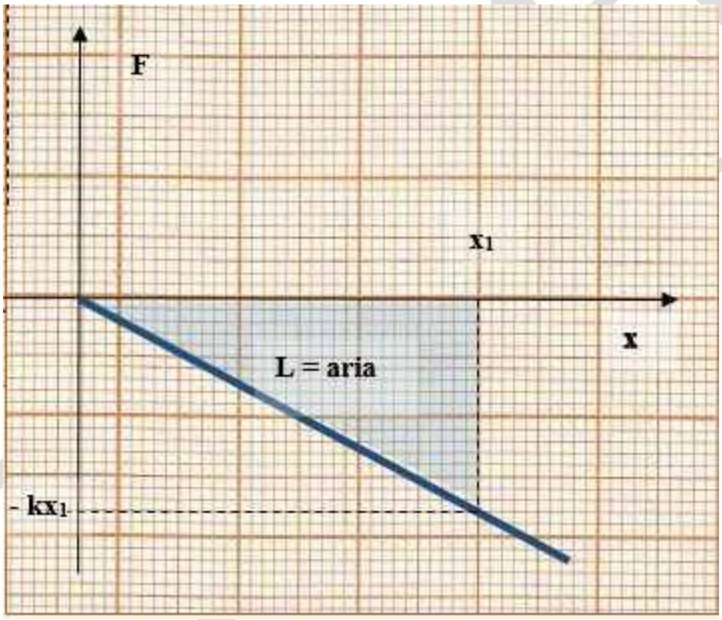

Figura 6

4. Lucrul mecanic al forţelor conservative (greutatea şi forţa elastică)

O ***forţă conservativă*** este prin definiţie o forţă care, acţionând asupra unui corp, lucrul mecanic efectuat de aceasta nu depinde de drumul urmat ci doar de poziţia iniţială şi finală. De exemplu în Fig.7, dacă $\vec{F}$ este o forţă conservativă, lucrul mecanic efectuat între 1 şi 2 nu depinde de faptul că am deplasa corpul pe drumul (a) sau (b). Lucrul mecanic efectuat de această forţă conservativă este acelaşi. Asta mai înseamnă şi că în cazul în care efectuăm lucru mecanic pe un drum închis, de exemplu între 1a2b1 sau 1a2a1, lucrul mecanic este zero.

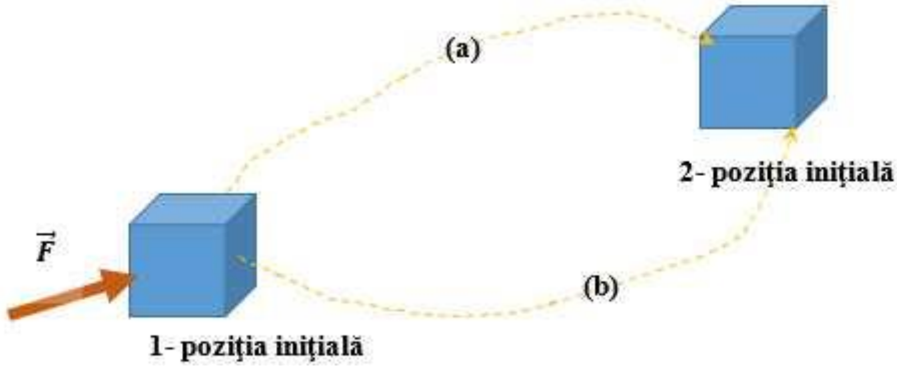

Figura 7

<u>Una din forţele conservative este greutatea</u>. Să considerăm exemplele din Fig.8. O bilă de masă ***m*** cade liber de la o înălţime ***h*** (Fig.8a), apoi coboară pe un plan înclinat de aceeaşi înălţime (Fig.8b), apoi coboară pe nişte trepte tot de la ***h*** (Fig.8c), în final cazul general când alunecă pe un drum de o formă oarecare de la înălţimea ***h*** (Fig.8d).

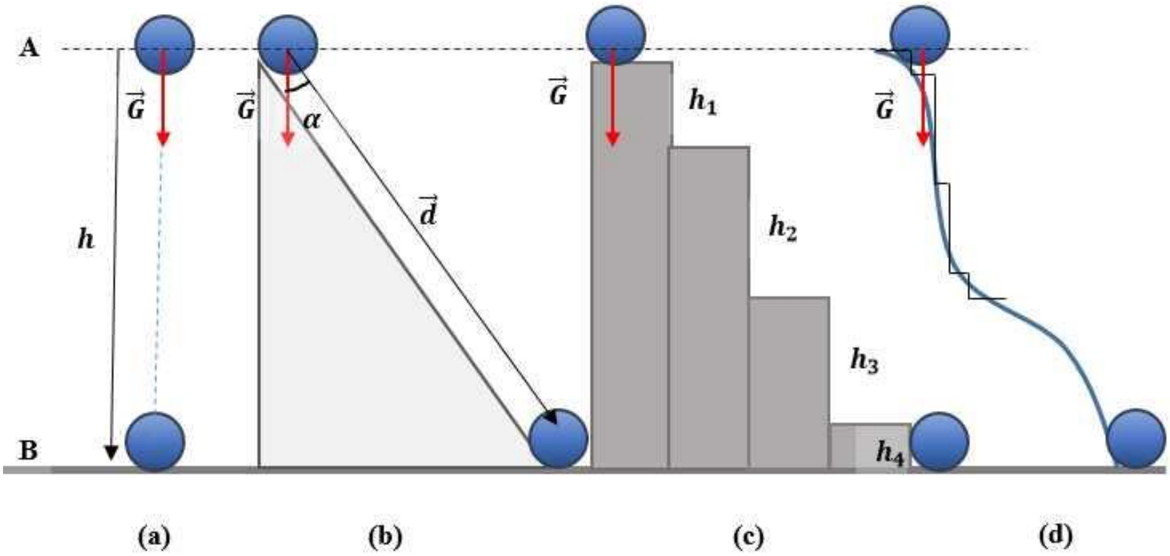

Figura 8

Dacă se calculează lucrul mecanic în A şi Bpentru fiecare din situaţii obţinem:

a) $(L_G)_{AB} = Gh = mgh$
b) $(L_G)_{AB} = \vec{G} \cdot \vec{d} = mgdcos\alpha = mgh$
c) $(L_G)_{AB} = Gh = mg(h_1 + h_2 + h_3 + h_4) = mgh$, pe porţiunea orizontală a treptelor greutatea nu efectuează lucru mecanic.
d) La limită, bucla reprezentată în Fig.8d poate fi aproximată cu un drum în formă de trepte, lungimea acestora considerându-se infinitezimală, ceea ce ne aduce în cazul c). Prin urmare şi aici $(L_G)_{AB} = mgh$

Dacă se calculează lucrul mecanic al greutăţii când deplasăm bila de la B la A atunci lucrul mecanic este negativ, greutatea este forţă rezistivă.

$$(L_G)_{BA} = -mgh$$

În total dacă presupunem deplasarea de la A la B şi înapoi la A

$$(L_G)_{ABA} = mgh - \ mgh = 0$$

În exemplele de mai sus am presupus greutatea ca fiind o forţă constantă adică am considerat cazurile când obiectul se află la distanţă nu prea mare de suprafaţă Pământului.

<u>Un alt exemplu de forţă conservativă este forţa elastică</u> , $F_e = -kx$. Forţa eleastică este o forţă variabilă şi atunci lucrul mecanic al forţei elastice se calculează grafic (vezi paragraful 3) sau folosind definiţia generală care presupune calculul unei integrale. Să spunem ca dorim să calculăm lucrul mecanic al forţei elastice atunci când un resort se deformează de la 0 la x.

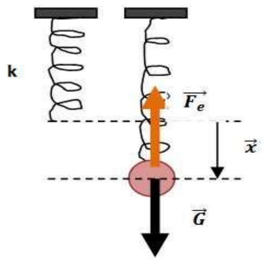

Figura 9

$$L_{12} = \int_0^x F(x)dx = \int_0^x (-kx)dx = -\frac{kx^2}{2}$$

<u>Observaţie:</u>

Numele de *forţe conservative* vine de la faptul că acest tip de forţe determină conservarea energie mecanice, spre deosebire de forţele neconservative care nu o conservă. Un exemplu de forţă neconservativă este forţa de frecare. Despre consecinţele modului în care se calculează lucrul mecanic în cazul forţelor conservative se va discuta pe larg în tema legată de energia mecanică.

Exemplu: Dacă se consideră bila care alunecă pe bucla din figura 10, lucrul mecanic al greutăţii între punctele A şi B datorită faptului că greutatea este o forţă conservativă este:

$$L = mgh$$

Adică depinde doar de diferenţa de nivel între A şi B şi nu de drumul urmat (putea fi şi alt drum).

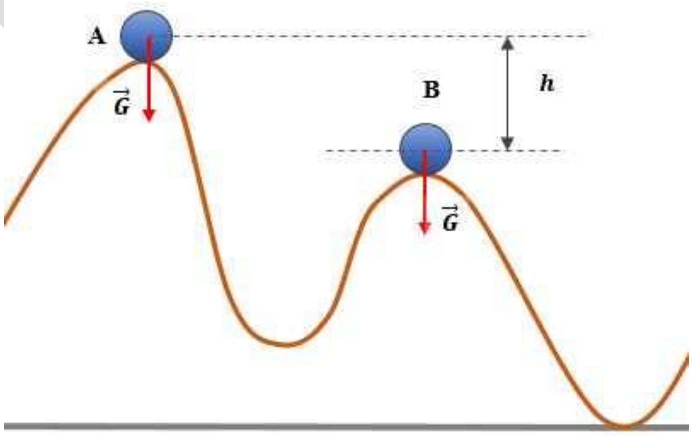

Figura 10

5. Puterea mecanică.

Puterea mecanică măsoară capacitatea unui sistem de a efectua lucru mecanic într-un anumit interval de timp.

Puterea medie este prin definiţie lucrul mecanic efectuat într-un interval de timp :

$$P_m = \frac{L}{\Delta t} \quad (\frac{J}{s} = W)$$

Puterea momentană sau instantanee reprezintă lucrul mecanic efectuat atunci când intervalul de timp în care se efectuează aceasta tinde spre zero:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{L}{\Delta t} = \frac{dL}{dt}$$

Exemplu:

Să spunem că dorim să ridicăm uniform în timpul Δt = *5s* un corp cu masa *m* = *2kg* la o anumită înălţime *h* = *10m* efectuând lucru mecanic împotriva forţei de greutate (Fig.11). Puterea dezvoltată de forţa F va fi:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{2kg \cdot 10m/s^2 \cdot 10m}{5s} = 40W$$

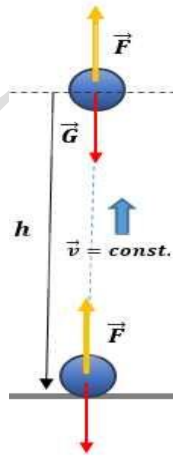

Figura 11

O unitate de măsură alternativa pentru puterea mecanică este calul putere CP.

1CP = 746W

Considerăm cazul unui corp care se deplasează cu viteză constantă sub acţiunea unei forţe de tracţiune $\vec{F}$ orizontale constante. Aceasta înseamnă că forţa de tracţiune este egală în modul dar de sens opus cu forţa de frecare (altfel nu am avea mişcare cu viteză constantă).

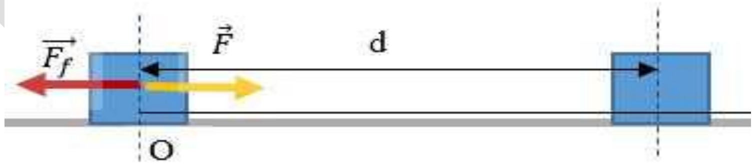

Figura 12

În acest caz puterea dezvoltată de forţa de tracţiune este:

$$P = \frac{L_F}{\Delta t} = \frac{Fd}{\Delta t} = F \cdot v$$