Energia mecanică

În această prezentare sunt discutate următoarele subiecte:

- ✓ *Ce este energia cinetică.*
- ✓ *Teorema de variaţie a energiei cinetice şi aplicaţii.*
- ✓ *Ce este energia potenţială gravitaţională.*
- ✓ *Ce este energia potenţială elastică.*
- ✓ *Teorema de variaţie a energiei totale (cum se aplică).*
- ✓ *Legea de conservare a energiei (cum şi în ce situaţii se aplică).*

Energia este o mărime fizică de stare a unui sistem care exprimă capacitatea acestuia de a efectua lucru mecanic. Energia mecanică poate fi:

A) Energie cinetică
B) Energie potenţială (gravitaţională şi elastică)

Cuprins

1. Energia cinetică. Teorema de variaţie a energie cinetice.

Energia cinetică este energia datorată mişcării corpurilor. Orice corp care are viteză are energie cinetică.

Efectul forţei rezultante care acţionează din exterior asupra unui corp sau asupra unui sistem de corpuri poate determina deplasarea corpului (sau sistemului) dar şi modificarea vitezei acestuia.

Prin definiţie ***energia cinetică*** este mărimea fizică scalară dată de relaţia:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (J)$$

Să luăm un exemplu simplu. Un corp se mişcă rectiliniu sub acţiunea unei forţe rezultante constante orientate în lungul direcţiei de mişcare (Fig.1). Mişcarea va fi cu acceleraţie constantă şi considerăm parcurgerea unei distanţe d.

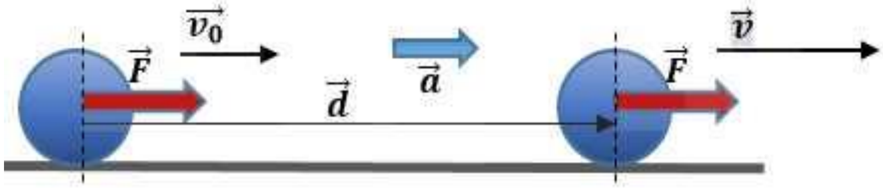

Figura 1

Conform formulei lui Galilei între viteza iniţială, viteza finală, acceleraţie şi distanţa parcursă există relaţia:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

Dacă înmulţim toată relaţia cu $\frac{m}{2}$ obţinem:

$$\frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + 2\frac{m}{2}ad$$

Dar $F = ma$, prin urmare:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = Fd = L \quad (1)$$

Relaţia (1) arată că energia cinetică în starea finală minus energia cinetică în starea iniţială este egală cu lucrul mecanic efectual de forţa rezultantă care acţionează asupra corpului. Această relaţie reprezintă teorema de variaţie a energie cinetice.

Teorema de variaţie a energiei cinetice

Variaţia enegie cinetice a unui corp sau a unui sistem mecanic între două stari este egală cu lucrul mecanic al forţei rezultante care acţionează asupra corpului (sau sistemului mecanic).

$$E_{cfinal} - Ec_{iniţial} = L_{rezultant}$$

Dacă forţa rezultantă care acţionează asupra sistemului este variabilă atunci:

$$L = \int_{x_0}^{x} F(x)dx = \int_{x_0}^{x} ma(x)dx = m\int_{x_0}^{x} a(x)dx$$

Dar

$$a(x) = \frac{dv}{dt} \text{ şi } v = \frac{dx}{dt}$$

Rezultă

$$L = m\int_{x_0}^{x} \frac{dv}{dt}dx = m\int_{v_0}^{v} vdv = m\left(\frac{v^2}{2}\right)\Big|_{v_0}^{v} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Adică aceeaşi formulare ca şi în cazul forţei constante.

Exemplu de aplicare a teoremei de variaţie a energiei cinetice

Să considerăm maşina din Fig.2. Maşina frânează având motorul decuplat. Dorim să răspundem la următoarele întrebări:

a) Cât este viteza maşinii după ce parcurge distanţa de 10m?
b) La ce distanţă măsurată faţă de punctul iniţial se opreşte maşina?

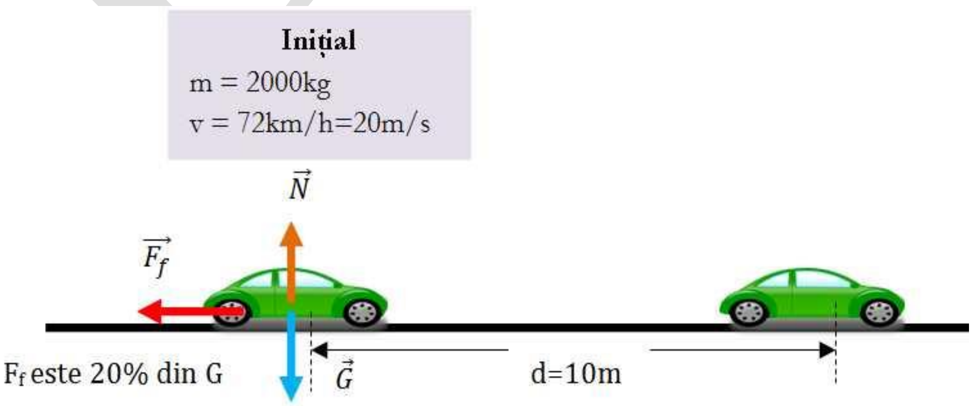

Figura 2

a) $E_c - E_{c0} = L_G + L_N + L_{Ff}$
$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -F_f d \qquad (2)$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - F_f d$$
$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2F_f d}{m}} = 19{,}45 m/s$$

b) Condiţia de oprire $v = 0, E_c = 0$, ecuaţia (2) devine:

$$-\frac{mv_0^2}{2} = -F_f d$$
$$d = \frac{mv_0^2}{2F_f} = 100m$$

2. Energia potenţială gravitaţională.

Energia mecanică este asociată în multe situaţii cu posibilitatea de a efectua lucru mecanic ca urmare a poziţiei unui corp în raport cu un alt sistem, de exemplu în raport cu Pământul. În figura 3 un baschetbalist ridică o minge la o anumită înălţime pentru a efectua un slam dunk. Când este lăsată liberă mingea face lucru mecanic ca urmare a acţiunii forţei de atracţie gravitaţionale a Pământului. Lucrul mecanic efectuat este datorat poziţiei pe care o are în raport mingea cu Pământul. Este adevărat că în fapt pentru a reuşi mişcarea baschetbalistul o şi împinge în jos (nu este vorba chiar de o cădere liberă) însă indiferent dacă o lasă liber sau o impinge greutatea tot face lucru mecanic asupra mingii.

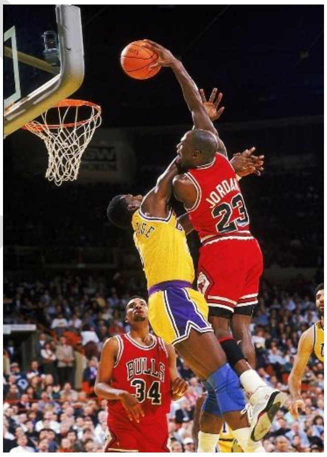

Figura 3[1]

Pentru a defini energia potenţială gravitaţională considerăm mingea care cade liber din figura 4.

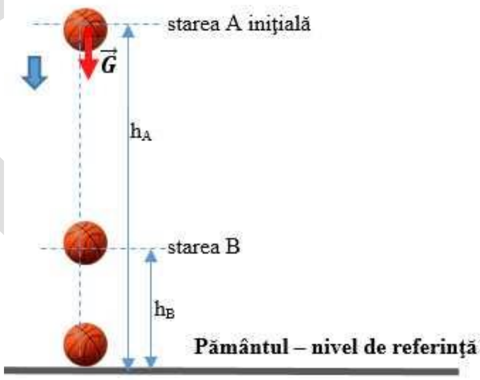

Figura 4

Prin definiţie ***variaţia energiei potenţiale gravitaţionale a sistemului format de minge şi Pământ*** *între două stări A şi B este egală cu minus lucrul mecanic efectuat de forţa conservativă care acţionează între aceste două stări. În acest caz forţa conservativă este greutatea mingii.*

$$(\Delta E_P)_{AB} = -(L_G)_{AB} \qquad (3)$$

Ceea ce înseamnă:

$$E_{PB} - E_{PA} = -mg(h_A - h_B)$$

$$E_{PB} - E_{PA} = mgh_B - mgh_A$$

Prin urmare se observă că putem asocia unei stări oarecare A sau B o energie potenţială gravitaţională dată de relaţia *mgh* , unde *h* este măsurat în raport cu referinţa care este în acest caz poziţia în care mingea s-ar afla pe suprafaţa Pământului.

$$\boldsymbol{E_{pg} = mgh}$$

Observaţii

a) *Semnul „ -'' din relaţia (3) are următoarea semnificaţie: dacă corpul coboară de la A la B, cum este cazul din Fig.4, lucrul mecanic al greutăţii este pozitiv* $L_G > 0$ *şi* $(\Delta E_P)_{AB} = E_{PB} - E_{PA} < 0$*, rezultă că energia potenţială scade.*
Dacă corpul ar urca de la B la A atunci $L_G < 0$ *şi* $(\Delta E_P)_{AB} > 0$*, energia potenţială creşte.*

b) *Intotdeauna când vorbim de energia potenţială gravitaţională trebuie să întelegem că aceasta caracterizează interacţiunea dintre un corp şi Pământ. Prin urmare formularea un corp are energia potenţială x.... nu este corectă ...corect este să spunem că sistemul format dintre un corp şi Pământ are energia potenţială x .*

c) *Valoarea energiei potenţiale gravitaţionale se calculează în raport cu un nivel de referinţă, căruia prin convenţie i se atribuie pentru energia potenţială valoarea zero, şi care în foarte multe cazuri este considerat acela corespunzător corpului situat pe suprafaţă Pământului.*

Figura 5

Însă nivelul de referinţă căruia i se atribuie prin conveţie valoarea zero pentru energia potenţială poate fi ales oriunde altundeva. În figura 6 de exemplu am ales nivelul de referinţă al sistemului minge-Pământ cel corepunzător stării B. În acest caz avem:

$$E_{pA} = mgh_1$$

$$E_{pB} = 0$$

$$E_{pC} = -mgh_2$$

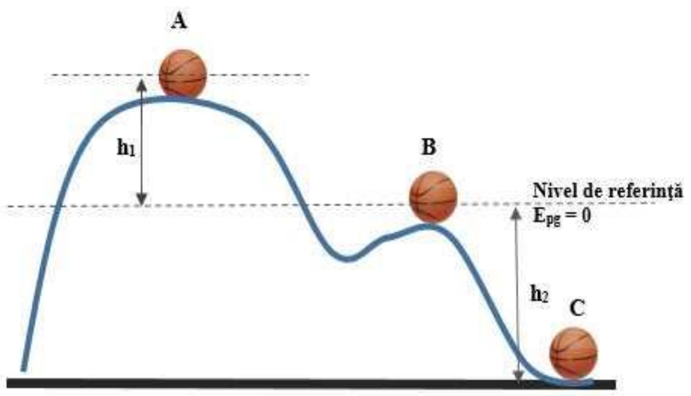

Figura 6

<u>Exemplu de calcul pentru energia potenţială gravitaţională.</u>

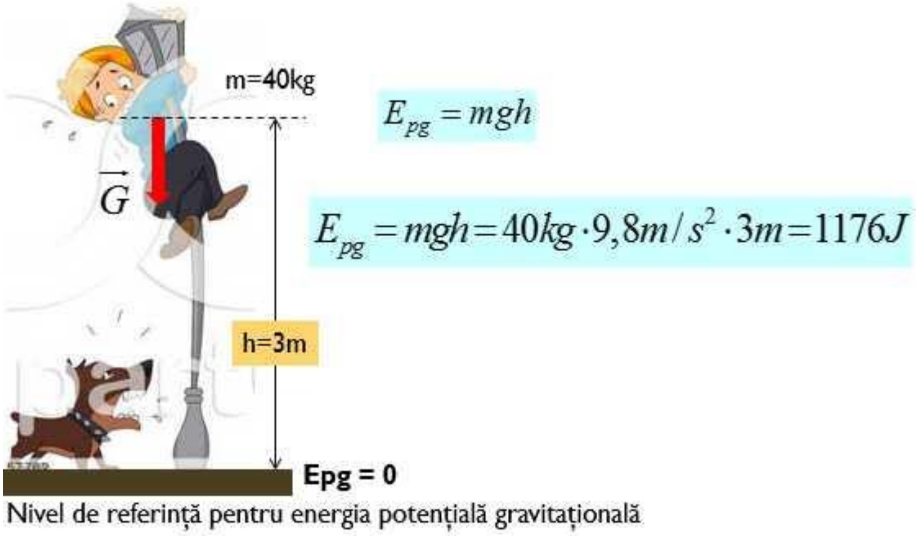

Figura 7

3. Energia potenţială elastică.

Energia potetială poate fi şi de natură elastică. Considerând un balon iniţial umflat care este apoi desfăcut. Membrana revine aproximativ la forma iniţială aerul fiind expulzat cu viteză. Balonul la rândul său este pus în mişcare. Un alt exemplu tipic este deformarea unui resort.

Figura 8

Vom considera un asemenea resort de capătul căruia avem fixată o bilă (Fig.9). Resortul este alungit. Fie x_1, respectiv x_2 alungirile corespunzătoare poziţiilor 1 şi 2.

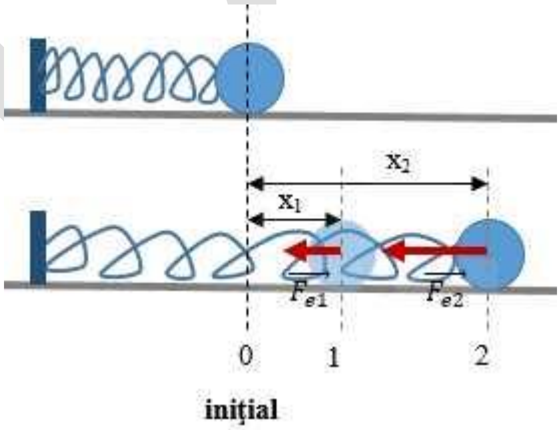

Figura 9

*Prin definiţie **variaţia energiei potenţiale elastice** a resortului între 1 şi 2 este minus lucru mecanic al forţei elastice între aceste două stări:*

$$(\Delta E_P)_{12} = -(L_{Fe})_{12}$$

$$(\Delta E_P)_{12} = -\int_{x1}^{x2} F_e dx = -\int_{x1}^{x2} (-kx)dx = (-k)\frac{x^2}{2}\bigg|_{x1}^{x2} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$

$$E_{p2} - E_{p1} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$

Ceea ce implică faptul că putem defini energia potenţială elastică înmagazinată într-un sistem deformabil în funcţie de deformare şi de constanta elastică a sistemului :

$$\boldsymbol{E_{pe} = \frac{kx^2}{2}}$$

Spre deosebire de energia potenţială gravitaţională în cazul căreia avem libertatea de alege nivelul de referinţă unde dorim în cazul energiei potenţiale elastice acesta corespunde doar stării nedeformate a resortului (în figura 9 este vorba de starea 0).

4. Energia mecanică totală. Legea de conservare a energiei mecanice.

Prin energia totală a unui sistem mecanic înţelegem suma tuturor energiilor pe care le are sistemul.

$$\boldsymbol{E_{tot} = E_c + E_{pg} + E_{pe} = E_c + E_p}$$

Dacă vom considera o stare iniţială A şi una finală B a unui asemenea sistem mecanic atunci putem scrie că variaţia energiei totale între aceste două stări este:

$$(\Delta E_{totale})_{AB} = \left(\boldsymbol{E_c + E_p}\right)_{\boldsymbol{B}} - \left(\boldsymbol{E_c + E_p}\right)_{\boldsymbol{A}} = (\boldsymbol{E_{cB} - E_{cA}}) + (\boldsymbol{E_{pB} - E_{pA}}) =$$

$$= (\Delta E_C)_{AB} + (\Delta E_P)_{AB} = (L_{Frezultate} - L_{Fconservative})_{AB} \qquad (4)$$

În scrierea relaţiei de mai sus am ţinut seama de teorema de variaţie a energiei cinetice şi de relaţia de definiţie a energiei potenţiale. Pe de altă parte lucrul mecanic al forţelor rezultate se poate scrie ca suma lucrurilor mecanice efectuate de forţele conservative şi cele neconservative.

$$L_{Frezultate} = L_{Fconservative} + L_{Fneconservative}$$

Ceea ce introducând în relaţia (4) conduce la:

$$(\Delta \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{totale}})_{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Fneconservative}} \qquad \textbf{(5)}$$

Variaţia energiei mecanice totale a unui sistem este egală cu lucrul mecanic efectuat de forţele neconservative asupra sistemului.

Formularea de mai sus împreună cu relaţia (5) se numeşte teorema de variaţie a energiei totale.

Un exemplu de forţă neconservativă este forţa de frecare.

Dacă însă sistemul mecanic este acţionat numai de forţe conservative atunci practic ajungem la relatia:

$$(\Delta \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{totale}})_{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{0}$$

Adică,

$$\boldsymbol{E_{totalăB} - E_{totalăA} = 0}$$

$$\boldsymbol{E_{totalăB} = E_{totalăA}} = \textbf{const.} \qquad \textbf{(6)}$$

Relaţia (6) reprezintă **legea de conservare a energiei mecanice** care se enunţă în felul următor:

În cazul unui corp sau a unui sistem mecanic asupra căruia acţionează numai forţe conservative energia mecanică totală se conservă, adică are o valoare constantă în orice stare a sistemului.

Exemplu de aplicare a legii de conservare a energiei.

Bila din figura de mai jos are o masă de 0,1 kg şi este lasată liberă în punctul A (nu are viteză iniţială), mişcarea are loc fără frecare. Cunoaştem $h_1 = 10m$, $h_2 = 15m$. Să se calculeze viteza bilei în B şi C.

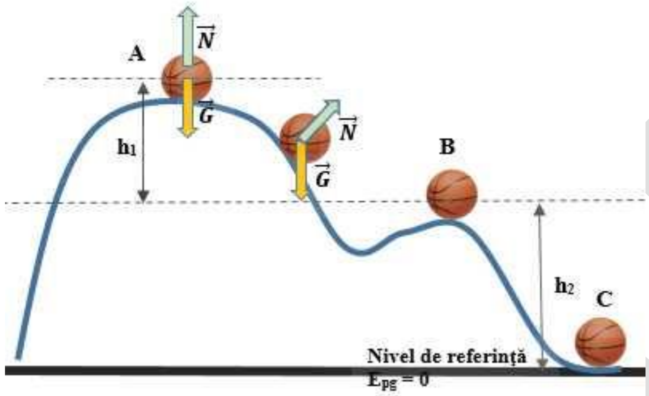

Figura 10

Singurele forţe care acţionează asupra bilei sunt greutatea şi forţa de apăsare normală. Forţa de apăsare normală este tot timpul perpendiculară pe deplasare astfel încât nu efectuează lucru mecanic iar greutatea este o forţă conservativă. Ceea ce inseamnă că putem rezolva problema folosind legea de conservare a energiei.

$$E_A = E_B = E_C$$

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB} = E_{cC} + E_{pC}$$

$$0 + mg(h_1 + h_2) = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_2 = \frac{mv_C^2}{2} + 0$$

$$\frac{mv_B^2}{2} = mgh_1$$

$$\frac{mv_C^2}{2} = mg(h_1 + h_2)$$

$$v_B = \sqrt{2gh_1}$$

$$v_C = \sqrt{2g(h_1 + h_2)}$$

Observaţie:

În cazul în care asupra unui corp acţionează şi forţe neconservative atunci problemele se rezolvă folosind fie teorema de variaţie a energiei cinetice fie teorema de variaţie a energiei totale.

Mai multe exemple găsiţi în prezentarea de la seminar.

Bibliografie

[1] Bulls Air Dunk, http://www.fansshare.com/gallery/photos/10635660/bulls-air-dunk-wallpape-nbajordan-jordan-nba-basketball-basketball/?displaying