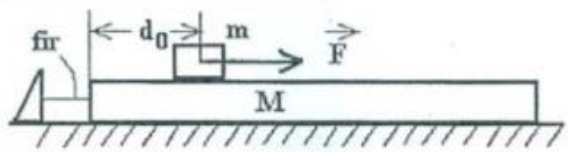
Problema lui Tiberiu 😊

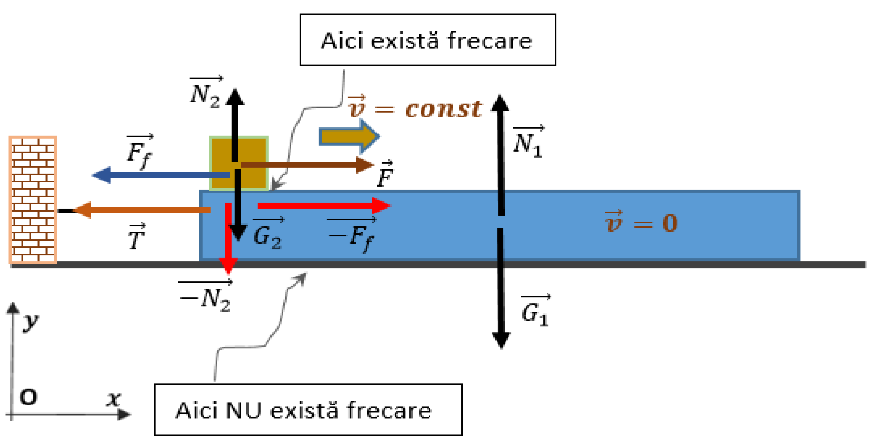
Problemă propusă la admitere la Politehnică !!!

8. O scândură cu masa $M = 7{,}5\ \text{kg}$, așezată pe o masă netedă (fără frecare) este legată cu un fir inextensibil de un perete ca în figură. Sub acțiunea unei forțe constante $F = 3\ \text{N}$ un corp punctiform de masă m alunecă uniform pe scândură cu viteza $v_0 = 1{,}2\ \text{m/s}$. Când corpul a parcurs distanța $d_0 = 0{,}6\ \text{m}$ față de capătul scândurii, se taie firul. Lungimea minimă a scândurii astfel încât corpul să nu cadă de pe ea este: **(6 pct.)**



a) 1,7 m; b) 4,2 m; c) 3,6 m; d) 2,4 m; e) 4,0 m; f) 3,2 m.

Inițial dacă corpul m de pe scândură alunecă uniform și există frecare doar între m și scândură situația forțelor care acționează asupra fiecărui corp este descrisă în desenul de mai jos.



Față de un SR fix legat de Pământ până se rupe firul

Pentru m – Mișcare rectilinie uniformă - MRU

Ox: $F - F_f = 0$

Oy: $N_2 - G_2 = 0$, $N_2 = mg$

$F_f = \mu N_2 = \mu mg$, $F = F_f = \mu mg$

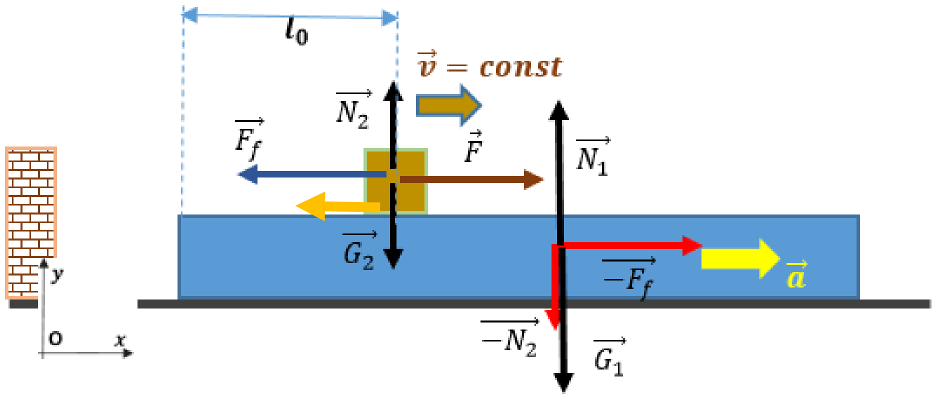
Pentru M – repaus

Ox: $F_f - T = 0$

Oy: $N_1 - N_2 - G_1 = 0$, $N_1 = (m + M)g$

La momentul ruperii firului

Dispare forța de tensiune din fir. Scândura va fi sub acțiunea unei forțe nete spre dreapta, reacțiunea forței de frecare dintre corpul m și scândură. Aceasta determină o mișcare accelerată a scândurii spre dreapta.



Pentru scândură din punctul de vedere al SRI legat de Pământ

$$Ox:\ F_f = Ma$$

$$dar\ F_f = \mu mg, \qquad rezultă\ a = \frac{\mu mg}{M}$$

După momentul ruperii firului

Din acest moment este mult mai convenabil să analizăm mișcarea corpului *m* din punctul de vedere al unui observator legat de scândură, care este un observator neinerțial – SRNI.

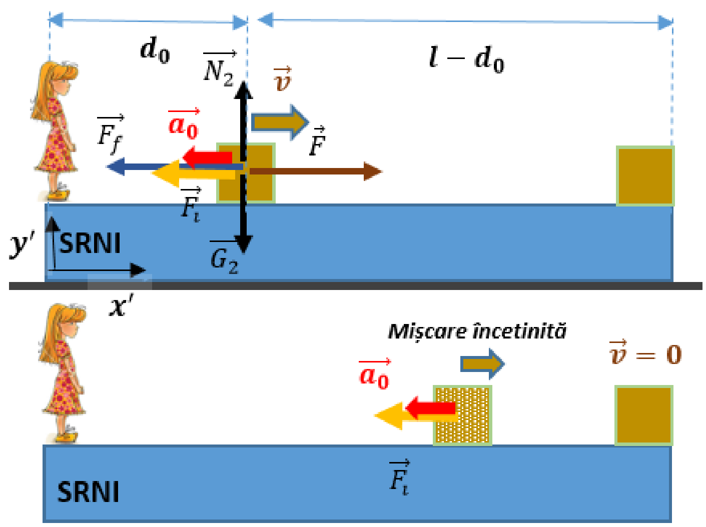
Pentru observatorul neinerțial apare în plus forța de inerție $\vec{F_\iota} = -m\vec{a}$, $F_i = m\frac{\mu mg}{M}$

$$Ox:\ F - F_f - F_i = ma_0\ ,$$

$$-F_i = ma_0\ \left(pentru\ că\ F = F_f\right)$$

Pe scurt forța de inerție determină o mișcare încetinită a corpului de masa m față de scândură cu accelerația:

$$a_0 = \frac{\mu mg}{M}$$



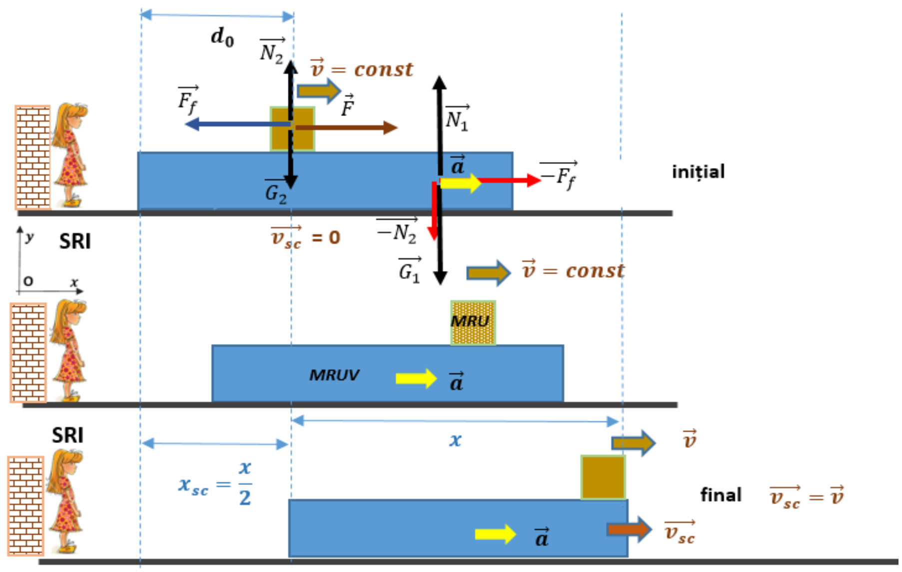
Lungimea minima a scândurii pentru ca ***m*** să nu cadă după ea se află din condiția ca atunci când ***m*** ajunge la capătul scândurii să se oprească. Din relația lui Galilei rezultă:

$$0 = v^2 - 2a_0(l - d_0)$$

$$l = \frac{v^2}{2a_0} + d_0 = \frac{v^2 M}{2\mu mg} + d_0 = 2{,}4\text{m}$$

Observatorul neinerțial vede o mișcare încetinită a corpului ***m***.

Cum se rezolvă problema din punctul de vedere al unui observator inerțial legat de Pământ



Pentru observatorul legat de Pământ corpul de masa $\boldsymbol{m}$ efectuează o mișcare rectilinie uniformă cu viteza $\vec{v}$. Scândura efectuează o mișcare rectilinie uniform accelerată cu $a = \frac{\mu mg}{M}$ de la viteza inițială $\overrightarrow{v_{sc}} = 0$.

Corpul de masa $\boldsymbol{m}$ nu cade de pe scândură dacă la momentul când el ajunge la capătul scândurii scândura ajunge la aceeași viteză $\vec{v}$ ca și $\boldsymbol{m}$. De atunci practic $\boldsymbol{m}$ și scândura se vor mișca împreună și nu se mai poate spune că $\boldsymbol{m}$ se mișcă față de scândură.

Aceste condiții se transcriu matematic astfel:

$v_{sc} = 0 + at = \frac{\mu mg}{M} t$ legea vitezei pentru scândură

Condiția ca scăndura să ajungă să aibe aceeași viteză cu m conduce la a afla momentul de timp la care se întâmplă asta:

$$v = v_{sc} = \frac{\mu mg}{M} t\, , rezult\check{a}\;\; t = \frac{vM}{\mu mg}$$

Legea de mișcare pentru m

$$x = vt = \frac{v^2 M}{\mu mg}$$

Legea de mișcare pentru scândură

$$x_{sc} = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu mg}{M} \left(\frac{vM}{\mu mg}\right)^2 = \frac{v^2 M}{2\mu mg}$$

Se vede că $x = 2x_{sc}$, corpul m parcurge față de Pământ dublul distanței pe care o parcurge scăndura în acest timp.

Față de scândură $\boldsymbol{m}$ parcurge $x - x_{sc} = 2x_{sc} - x_{sc} = \frac{v^2 M}{2\mu mg} = 1{,}8m$. Deci lungimea scândurii trebuie să fie cel puțin $d_0 + 1{,}8m = 2{,}4m$

Pare că este mai intuitiv în acest caz să se rezolve din punctul de vedere al observatorului neinerțial !!!